$S_{12} = 100$ - пропускная способность 10.10.2018 (1)

$V_1 = 200$ $V_2 = 100$ - max. произв.

$P_1 = 500$ $P_2 = 800$ - цена

$D_2 = 150$ - нагрузка требуемая

$S_{12} >$ ⇒ поток из 1 в 2, иначе 2 → 1.

? Какие сложатся цены?

Территориально распределённый аукцион.

$0 \le x_i \le V_i$, $i = \overline{1,n}$ - n - # поставщиков

$b = 1, N$, N - # узлов.

$0 \le y_i \le V_j$ - потребитель, $j = \overline{1,m}$

c_i - заявка поставщика

$\bar{c}_j$ - заявка потребителя

(r, k) - ветка

f_{rk}

Целевая ф-ция: $\sum^m \bar{c}_j y_j - \sum^n c_i x_i \longrightarrow max$

Если есть стоимость перевозки. c_f - стоимость потока

$$\sum_j^m c_j y_j - \sum^n c_i x_i - \sum_{(r,k)} c_f^{rk} f_{rk} = g(x,y)$$

Но: у нас издержки постоянны. Траты лишь на поддержание в рабочем состоянии.

+ невозможно контролировать, по каким именно проводам течёт ток.

1) Материальный баланс в узлах сети:

A(b): ~~узлы вида~~ ветви вида (b, k)

B(b): ~~вх~~ ветви вида (k, b)

$$\sum_{k\in A(b)} f_k - \sum_{r\in B(b)} f_r = \underbrace{\sum_{i\in b} x_i}_{\text{поставщики в узле } b} - \underbrace{\sum_{j\in b} y_j}_{\text{потребители в узле } b} \Rightarrow h(x,y,f)$$

2) Пропускная способность

$$\underline{f}_{rk} \le f_{rk} \le \overline{f}_{rk} \quad \rightarrow \quad S(f)$$

3) Ограничения поставки/потребления:

$$0 \le x_i \le V_i, \quad i=\overline{1,n} \qquad \Rightarrow \quad \overline{u}(x), \ \overline{v}(y)$$
$$0 \le y_j \le V_j, \quad j=\overline{1,m} \qquad \quad \underline{u}(x), \ \underline{v}(y)$$

Множители Лагранжа к

1) уравнению мат. баланса
λ_b

2) пропускной способности

$\sigma^+_{rk} \ge 0$, $\sigma^-_{rk} \ge 0$: $\quad \sigma^+_{rk}(\overline{f}_{rk} - f_{rk}) = 0$

$\sigma^-_{rk}(f_{rk} - \underline{f}_{rk}) = 0$

3) ограничениям поставки/потребления:

$\pi_i^- \ge 0$, $\pi_i^+ \ge 0$, $\overline{\pi}_j^- \ge 0$, $\overline{\pi}_j^+ \ge 0$

$\Rightarrow L(x,y,f,\lambda,\sigma,\pi) = g$ − ограничения, т.к. max.
{ обычно $\tilde{g}$ + огран. $= -g$ + огран. }

$\frac{\partial L}{\partial x_i}$ ~~$= -c_i + \lambda_b$~~

$$L = g - \sum_b \lambda_b h_b - \sum \sigma^+_{rk}\overline{S}_{rk} + \sum \sigma^-_{rk}\underline{S}_{rk} - \sum \pi_i^+ \overline{u}_i + \sum \pi_i^- \underline{u}_i - \sum \overline{\pi}_j^+ \overline{v}_j + \sum \overline{\pi}_j^- \underline{v}_j$$

$\frac{\partial L}{\partial x_i}$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = -c_i + \lambda_b - \pi_i^+ + \pi_i^- = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = \overline{c}_j - \lambda_b - \overline{\pi}_j^+ + \overline{\pi}_j^- = 0$$

$\lambda_b = c_i + \pi_i^+ - \pi_i^-$ 10.10.2018 (3)

Если тох объем $\Rightarrow \pi_i^- = 0, \Rightarrow \lambda_b$ - цена и поставщик имеет доп. прибыль.

$\lambda_b = \bar{c}_j - \bar{\pi}_j^+ + \bar{\pi}_j^-$

Если заявка потребителя полностью удовлетворилось, $\Rightarrow \bar{\pi}_j^- = 0, \Rightarrow$ и потребитель платит $< \bar{c}_j$.

$$\frac{\partial L}{\partial f} = \lambda_r - \lambda_k + \sigma_{rk}^+ - \sigma_{rk}^- = 0$$

λ_k, λ_r, $r \to k$

Если поток не достигает пределов, $\Rightarrow$
$\sigma_{rk}^+ = \sigma_{rk}^- = 0, \Rightarrow \lambda_r = \lambda_k$

$\lambda_k = \lambda_r + \sigma_{rk}^+ - \sigma_{rk}^-$

цена в k выше цены в r $\Leftarrow$ $\uparrow = 0$, если мы достигли верхнего предела: $\bar{f}_{rk} = f_{rk}$.

$$\sum_b \lambda_b \Big(\underbrace{\sum_{i \in b} y_i - \sum_{i \in b} x_i}_{} \Big) = \sum_b \Big(-\sum_{k \in A(b)} f_{bk} + \sum_{r \in B(b)} f_{rb} \Big) \lambda_b =$$

V денег, потраченных потребителями без V денег, полученных производителями

? ≥ 0 ?

$$= \sum_{(b,k)} -\lambda_b f_{bk} + \lambda_k f_{bk} = \sum_{(b,k)} f_{bk}(\lambda_k - \lambda_b)$$

$$= \underbrace{\sum f_{bk} \cdot 0}_{\text{не достигла пределов}} + \underbrace{\sum \bar{f}_{bk}}_{\text{если достигла верх. предела}} \underbrace{(\lambda_k - \lambda_b)}_{\sigma_{bk}^+} + \underbrace{\sum \underline{f}_{bk}}_{\text{если достигла нижн. пред.}} \underbrace{(\lambda_k - \lambda_b)}_{-\sigma_{bk}^-} =$$

$$= \sum \bar{f}_{bk} \sigma_{bk} - \sigma_{bk}^- \underbrace{\underline{f}_{bk}}_{\leq 0} \geq 0$$